Livret automatismes
Techniques et éclairages

Marie Guillaume
Lycée Pierre DORIOLE
Décembre 2022

Sommaire

LES PUISSANCES DE DIX : ÉCRITURES, CALCULS

QUESTIONS

Écrire en puissance de 10 :

- $10 \times 10 \times 10$
- $0{,}001$
- 10 000
- 0,1
- 10

Donner l'écriture décimale de :

- 10^5
- 10^{-4}
- 10×10
- 10^9
- 10^{-6}

---

1. Pour **raccourcir** l'écriture d'un $\overbrace{\textbf{produit}}^{\times}$ de plusieurs facteurs « dix », il suffit de :

- Les compter
- Et de mettre le nombre trouvé en **exposant** de dix

$$\underbrace{10 \times 10 \times 10 \times 10}_{\text{Produit de quatre facteurs « 10 »}} = 10^4$$

« 4 » est placé en haut à droite de « 10 » ; il exprime la puissance de 10.

10^4, se lit « dix exposant quatre » ou « dix puissance quatre »

2. Pour **raccourcir** l'écriture d'un **nombre** de la forme :

- $1\underbrace{000\ldots000}_{n \text{ « 0 »}}$ il suffit de :
  - Compter le nombre de zéro
  - Et de mettre le nombre trouvé en **exposant** de dix

$1\underbrace{00}_{\text{Deux « 0 »}} = 10^2$

- $\underbrace{0{,}00\ldots000}_{n \text{ « 0 »}}1$ il suffit de :
  - Compter le nombre de zéro
  - Et de mettre le nombre trouvé en **exposant négatif** de dix

$\underbrace{0{,}0}_{\text{Deux « 0 »}}1 = 10^{-2}$

RÉPONSES

- 10^3
- 10^{-3}
- 10^4
- 10^{-1}
- 10^1

Donner l'écriture décimale de :

- 100 000
- 0,000 1
- 100
- 1000 000 000
- 0,000 001

QUESTIONS

Entourer d'une même couleur les écritures équivalentes :

10^{-2} $\frac{1}{10^3}$

10^3 Un dixième Un centième

0,01

$\frac{1}{10^2}$

10^{-3}

0,001 *0,1*

Un millième

1000

Calculer :

- 35×10^5
- 2×10^{-4}
- 20300×10^{-3}
- 70×10^2
- $0{,}0023 \times 10^6$
- 85×10^{-1}
- $85 \times 0{,}1$
- Un millième de 247
- $0{,}078 \times 10^2$

3. Écriture générale

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs « 10 »}} = 1\underbrace{000 \ldots 000}_{n \text{ « 0 » dans l'écriture décimale}}$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}000 \ldots 00}_{n \text{ « 0 » dans l'écriture décimale}}1$$

Des exemples

$10^2 = 10 \times 10 = 100$

$10^1 = 10$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$

$10^0 = 1$

$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = 0{,}01$ – on dit « un centième »

$10^{-1} = \frac{1}{10^1} = 0{,}1$ – on dit « un dixième »

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0{,}001$ – on dit « **un millième** »

L'écriture en puissance de dix

L'écriture fractionnaire

L'écriture décimale

Les mots

RÉPONSES

10^{-2} $\frac{1}{10^3}$

10^3 Un dixième Un centième

0,01

$\frac{1}{10^2}$

10^{-3}

0,001 *0,1*

Un millième

1000

4. Calculs

Multiplier par 10^n revient à décaler la virgule de n rang(s) vers la **droite**.

Multiplier par 10^{-n} revient à décaler la virgule de n rang(s) vers la **gauche** :

Des exemples

$0{,}00\,005 \times 10^3 = 0{,}05$

$37{,}689 \times 10^6 = 37\,689\,000$

$6 \times 10^2 = 600$

$0{,}005 \times 10^{-3} = 0{,}000\,005$

$37\,689 \times 10^{-6} = 0{,}037\,689$

$60 \times 10^{-1} = 6$

- 3 500 000
- 0,000 2
- 20,3
- 7 000
- 2 300
- 8,5
- 8,5
- 0,247
- 7,8

- Les nombres entiers s'écrivent sans virgule apparente. Il faut donc la « positionner » soi-même.

  Par exemple :

  6 peut s'écrire aussi 6,000…. Les « 0 » dans ce cas ne sont pas significatifs

- Pour **diviser** un nombre par **une puissance de dix** :

Les règles de la multiplication sont inversées

$$\boldsymbol{Avec\ 10^{n}}, on\ obtient\ :\ 6 \div 10^{2} = 0{,}06$$

$$\boldsymbol{Avec\ 10^{-n}}, on\ obtient\ :\ 0{,}005 \div 10^{-3} = 5$$

Pourquoi une puissance s'appelle-t-elle une puissance ?

Stella Baruk – Dictionnaire de mathématiques élémentaires

$10 \times 6 = 60$

$10^{6} = \mathbf{1\ 000\ 000}$

$0{,}1 \times 6 = 0{,}6$

$(0{,}1)^{6} = 10^{-6} = \mathbf{0{,}000\ 001}$

La puissance de dix modifie l'ordre de grandeur.

- Elle fait « puissamment » **croître** les puissances de 10 **positives**.
- Elle fait « puissamment » **décroître** les puissances de 10 **négatives**

Il est donc commode d'écrire en **puissances de 10** les **très petits nombres** et **les très grands nombres**.

C'est le mode d'expression qu'utilisent les calculatrices scientifiques.

NOTATION SCIENTIFIQUE D'UN NOMBRE : une manière différente de l'écrire

QUESTIONS

Les nombres écrits sous la forme scientifique sont,

- ☐ 325×10^{-8}
- ☐ $6{,}003 \times 10^{-3}$
- ☐ $0{,}000\ 082$
- ☐ $4{,}12 \times 10^{9}$
- ☐ $9{,}1$

Dans le nombre 67,391 :
3 est le chiffre des …
6 est le nombre de …
1 est le chiffre des

Surligner le premier chiffre significatif des nombres :

- 149 598 000 000
- 0,000 007 3

Donner l'écriture scientifique de,

- 149 598 000 000
- 0,000 007 3
- 2 718
- 0,000 001 07

Donner l'écriture décimale des nombres suivants :

- $7{,}365 \times 10^{2}$
- $4{,}96 \times 10^{-3}$
- $2{,}003 \times 10^{9}$

1. La notation scientifique d'un nombre décimal, est le **produit** d'un nombre **compris entre 1 et 10**, sauf 10, par une **puissance de dix**.

$$4{,}78 \times 10^{-3}$$

Nombre compris entre 1 et 10 ; 10 non compris

Sa partie entière est 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9

Puissance de 10

L'exposant peut être positif ou négatif

Ici, l'exposant indique :

La virgule se décale de 3 rangs vers la gauche.

Le chiffre « 4 » occupe la position du millième dans le nombre décimal.

C'est le premier chiffre significatif du nombre décimal.

$4{,}78 \times 10^{-3}$ **est l'écriture scientifique du nombre décimal 0,004 78**

Premier chiffre significatif

Position du millième

La notation ou l'écriture scientifique :

- Est adaptée aux **tableurs**, aux **calculatrices**
- Permet d'établir des **ordres de grandeurs**
- Permet de **comparer** rapidement de très grands nombre entre eux et de très petits nombres entre eux

RÉPONSES

- ☐ 325×10^{-8}
- ☒ $6{,}003 \times 10^{-3}$
- ☐ $0{,}000\ 082$
- ☒ $4{,}12 \times 10^{9}$
- ☒ $9{,}1$

Dixièmes
Dizaines
Millièmes

- 149 598 000 000
- 0,000 007 3

- $1{,}49598 \times 10^{11}$
- $7{,}3 \times 10^{-6}$
- $2{,}718 \times 10^{3}$
- $1{,}07 \times 10^{-6}$

- 736,5
- 0,004 96
- 2 003 000 000

QUESTIONS

Traduire ces écritures lues sur l'écran d'une calculatrice,

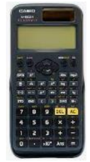
- 4.689E20
- 1.237 $^{-5}$
- 7.06E-6
- 3. 504 $^{+7}$
- 8.655 ^{8}

L'écran de la **calculatrice** peut afficher un résultat comportant jusqu'à 10 chiffres.

Lorsque ce résultat est très grand ou très petit, il s'affiche sous sa forme scientifique, plus courte.

Exemple

Suivant le modèle de calculatrice, le résultat 149 598 000 000 s'écrira :



1.49598E11

1.49598 $^{+11}$

1.49598 ^{11}

Il faut traduire par $1,49\,598 \times 10^{11}$

RÉPONSES

- $4,689 \times 10^{20}$
- $1,237 \times 10^{-5}$
- $7,06 \times 10^{-6}$
- $3,504 \times 10^{7}$
- $8,655 \times 10^{8}$

Déterminer une valeur approchée - **arrondir**

QUESTIONS

Les décimales du nombre 34,265 181 sont :

- ☐ 2-6-5-1-8 et 1
- ☐ 3-4-2-6-5-1-8-1
- ☐ 3-4
- ☐ 34,265 181

Les nombres suivants sont des valeurs approchées de pi

- ☐ 3141,592
- ☐ 3,14
- ☐ 3,141 592 654
- ☐ 0,314

La **valeur approchée** d'un nombre est :

- ☐ Un nombre plus simple
- ☐ Un nombre qui comporte moins de décimales
- ☐ Un nombre le plus petit possible
- ☐ Un nombre qui exprime un ordre de grandeur
- ☐ Un nombre adapté à l'unité utilisée

Au cours d'un calcul, on peut être amené à utiliser des **valeurs approchées** de nombres parce :

- Qu'ils comportent un très grand nombre de décimales
- Qu'ils sont très grands ou très petits
- Qu'un ordre de grandeur suffit

À notre échelle et la plupart du temps dans la vie quotidienne, il s'agit par-là de simplifier les calculs, les résultats et les manipulations des nombres.

Exemple : Le nombre π

- On lui connait 62 800 millions de décimales
- On utilise fréquemment 3,14[2]
- Les calculatrices scientifiques affichent 3,141 592 654 mais effectuent les calculs avec 3,141 592 653 589

Ce sont des **approximations** de π

À l'issue d'un calcul, on peut être amené à donner le résultat sous une forme approchée :

- Par souci de sa simplification
- et/ou de sa cohérence avec l'unité lorsqu'on travaille avec des quantités.

Exemple

Lucile consacre les deux-tiers de son argent de poche, 50€, à l'achat de livres.

Elle calcule cette dépense :

$$50 \div 3 \times 2 = 33{,}333333\ldots$$

C'est-à-dire 33,**33** €[1]

Les **deux décimales** expriment les **centimes d'euros**.

RÉPONSES

- ☒ 2-6-5-1-8 et 1
- ☐ 3-4-2-6-5-1-8-1
- ☐ 3-4
- ☐ 34,265 181

Les nombres suivants sont des valeurs approchées de pi

- ☐ 3141,592
- ☒ 3,14
- ☒ 3,141 592 654
- ☐ 0,314

La **valeur approchée** d'un nombre est :

- ☒ Un nombre plus simple
- ☒ Un nombre qui comporte moins de décimales
- ☐ Un nombre le plus petit possible
- ☒ Un nombre qui exprime un ordre de grandeur
- ☒ Un nombre adapté à l'unité utilisée

Faire un arrondi… c'est rendre « rond »

Un arrondi est un nombre obtenu à partir d'un autre de façon à disposer d'une **expression numérique plus simple**.

L'arrondi procède par augmentation ou diminution : il consiste à **choisir la façon dont on se trompe le moins**.

Arrondir un nombre c'est choisir, **dans la dizaine où se trouve la décimale que l'on veut garder et sa suivante**, **celui des deux bords qui est le plus proche** :

Stella Baruk – Dictionnaire de mathématiques élémentaires

QUESTIONS
Choisir les bonnes réponses

L'arrondi au centième du nombre 7,564 823 :

Comporte deux décimales ☐

Est compris entre 7,560 et 7,570 ☐

Est plus proche de 7,560 ☐

Est plus proche de 7,570 ☐

7,565 est l'arrondi de 7,564 823 :

- À 0,01 près ☐
- Au millième près ☐
- À 10^{-3} près ☐

L'arrondi de 7,564 823 à 0,1 près est :

- 7,5 ☐
- 7,6 ☐
- 7,56 ☐
- 8 ☐

1) L'arrondi de Lucile[1]

33,330 33,331 33,332 33,3**33** 33,334 33,335 33,336 33,337 33,338 33,339 **33,340**

33,333 est plus proche de **33,330** que de 33,340 ;

On écrit donc que $50 \div 3 \times 2 \approx 33,33$

- **33,33** est une **valeur approchée par défaut** du résultat obtenu 33,3333…
- **33,33** est **l'arrondi au centième près** ou **à 0,01 près ou à 10^{-2} près** du nombre 33,3333…

2) L'arrondi de π – valeur calculatrice : 3,141592654

a) à 10^{-4}près, c'est-à-dire avec 4 quatre décimales

3,14150 3,14151 3,14152 3,14153 3,14154 3,14155 3,14156 3,14157 3,14158 3,141**59** **3,14160**

- 3,1416 est une **valeur approchée par excès** de π
- 3,1416 est l'arrondi à 0,0 001 près ou à 10^{-4} près

RÉPONSES

Comporte deux décimales ☒

Est compris entre 7.560 et 7,570 ☒

Est plus proche de 7.560 ☒

Est plus proche de 7,570 ☐

- À 0,01 près ☐
- Au millième près ☒
- À 10^{-3} près ☒

- 7,5 ☐
- 7,6 ☒
- 7,56 ☐
- 8 ☐

QUESTIONS

Arrondir,

- 17,02 à 0,1 près
- 504,851 à 0,01 près
- 0,736 à 10^{-2}près
- 43,000 8 au millième près
- 98,635 à 0,01 près
- 1,675 au dixième près
- 679,387 65 à 10^{-4} près

b) à 10^{-2}près, ou au centième près, c'est-à-dire avec deux décimales[2]

3,140 3,141 3,142 3,143 3,144 3,145 3,146 3,147 3,148 3,149 **3,150**

- 3,14 est une **valeur approchée par défaut** de π
- 3,14 est l'arrondi à 0,01 près ou à 10^{-2} près ou au centième près de π

Arbitrairement, si **la décimale suivante** est **5**, on choisira le bord supérieur :
$3{,}145 \approx 3{,}15$ au centième près

RÉPONSES

- 17
- 504,85
- 0,74
- 43,001
- 98,64
- 1,7
- 679,387 7

Exprimer une longueur, une masse, une contenance dans l'unité adaptée : **Convertir**

Suivant les circonstances et le contexte dans lequel on se trouve, on peut être amené à **modifier l'unité disponible** pour,

QUESTIONS

Compléter par l'unité adaptée :

- Un vélo pèse 20 …
- Une clio4 mesure 4 050 …
- Le tour de la Terre mesure environ 40 000 …
- Un verre contient 25…
- Un morceau de sucre pèse 4 …
- Le Mont Blanc mesure 4 810 …

Est-ce possible ?

Une bouteille d'eau peut contenir 0,0015 kL

Un réservoir de voiture peut contenir 450 000 mL

Un moustique pèse 0,0107 kg

Un cahier d'école peut mesurer 0,0297 hm

Un chat adulte peut peser 35 000 dg

Rendre la donnée plus significative et adaptée à l'ordre de grandeur auquel on peut se référer.

0,001 2 dam = 1,2 cm = 12 mm

Cette abeille mesure **1,2 cm** ou **12 mm.**

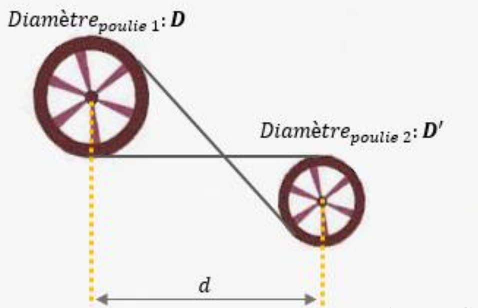
Ces deux unités sont mieux adaptées à l'ordre de grandeur de la taille d'une abeille.

S'assurer de la cohérence d'une donnée

7 500 000 mg = 7 500 g = 7,5 kg

Exprimée en grammes ou en kilogrammes, la masse de la chocolatine apparait **peu réaliste** ; une chocolatine du commerce pèse généralement moins de 100 g.

Effectuer des calculs dans une formule



$$L_{Courroie} = \frac{\pi}{2} - (D + D') + 2d + \frac{(D + D')}{4d}$$

$d = 2\ m\ ;\ D = 28\ cm\ ;\ D' = 12\ cm$

Ici, on calcule la longueur d'une courroie sur deux poulies entrainant un moteur en arrière-plan.

d, D et D', doivent être exprimés dans **la même unité de longueur** - *centimètre* ou ***mètre*** - pour effectuer le calcul :

$$L_{Courroie} = \frac{\pi}{2} - (0{,}28 + 0{,}12) + 2 \times 2 + \frac{(0{,}28 + 0{,}12)}{4 \times 2}$$

$$L_{Courroie} = 5{,}22\ m$$

Remarque : la valeur de pi utilisée est celle approchée de la calculatrice

RÉPONSES

- 20 **kg**
- 4 050 **cm**
- 40 000 **km**
- 25 **cL**
- 4 **g**
- 4 810 **m**

(*)

C'est Possible
0,0015 kL = 1,5 L

C'est impossible
450 000 mL = 450 L

C'est impossible
0,0107 kg = 10,7 g

C'est impossible
0,0297 hm = 2,97 m

C'est possible
35 000 dg = 3,5 kg

Convertir une **grandeur** – longueur, masse, etc. - dans une autre unité **ne change rien à la quantité concernée**.

La **grandeur** proposée s'exprime simplement de deux façons différentes et équivalentes l'une à l'autre.

QUESTIONS

♦

Entraînement lundi : 5 000 m

Entraînement jeudi : 5 km

La distance courue est la même les deux jours.

Dans les deux cas, c'est la même **longueur** mais exprimée sous une autre forme plus ou moins pratique.

Les **changements d'unité** n'affectent pas la **grandeur** mais les **nombres** qui la mesurent.

RÉPONSES

1) Pour effectuer des conversions, on peut utiliser la définition des préfixes et leur lien

Multiples de l'unité — **Sous multiples de l'unité**

÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10 ÷ 10

Préfixes :

Kilo 1000	**Hecto** 100	**Déca** 10	Unité	**Déci** Un dixième	**Centi** Un centième	**Mili** Un millième			**Micro** Un millionème
k …	h …	da …	…	d …	c …	m …			µ …

× 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10 × 10

QUESTIONS

Convertir,

- 2,4 cm = … mm
- 9,3 km = … m
- 77 mg = … g
- 9,25 L = … Cl
- 6,5 kg = … g
- 562,7 L = … hL
- 0,23 dm = … mm
- 1 000 cm = … m
- 700 hg = …kg
- 200 000 mL = … L
- 2,5 hg = … g
- 33 cL = … mL

L'unité la plus significative est :

Un humain pèse,

- ☐ 70 000 g
- ☐ 0,070 t
- ☐ 70 kg
- ☐ 70 000 000 mg

Exemples (*)

$$0{,}0015\ kL = 0{,}0015 \times 10^3 L = \mathbf{1{,}5\ L} \qquad 450\ 000\ mL = 450\ 000 \div 10^3 L = \mathbf{450\ L}$$

$$0{,}0107\ kg = 0{,}0107 \times 10^3 g = \mathbf{10{,}7\ g} \qquad 0{,}0297\ hm = 0{,}0297 \times 10^2\ m = \mathbf{2{,}97\ m}$$

$$40\ 000\ dg = 40\ 000\ \div 10^{-4}\ kg = \mathbf{4\ kg}$$

2) Pour effectuer des conversions, on peut utiliser un tableau de conversion adaptée à l'unité

La **grandeur** est ici une **distance** ou une **longueur**

Nombre indiquant la **quantité** d'hectomètre

0,0297 **hm**

L'unité de la longueur proposée :

Hectomètre, hm

Chiffre des unités de la partie entière du nombre 0,0297

km	hm	dam	m	dm	cm	mm			µm
	0	0	2,	9	7				

Le Chiffre des unités de la partie entière est placé dans la colonne de l'unité **hm**

La virgule est désormais placée dans la colonne de l'unité souhaitée. Par exemple, ici : **m**

D'où : 0,0297 hm = 2,97 m

RÉPONSES

- 2,4 cm = **24 mm**
- 9,3 km = **9300 m**
- 77 mg = **0,077 g**
- 9,25 L = **925 Cl**
- 6,5 kg = **6500 g**
- 562,7 L = **5,627 hL**
- 0,23 dm = **23 mm**
- 1 000 cm =**10 m**
- 700 hg = **70 kg**
- 200 000 mL = **200 L**
- 2,5 hg = **250 g**
- 33 cL = **330 mL**

Un humain pèse,

- ☐ 70 000 g
- ☐ 0,070 t
- ☒ 70 kg
- ☐ 70 000 000 mg