

Livret automatismes Techniques et éclairages



L'ÉCHELLE : L'APPLIQUER – LA CALCULER

☀ Les schémas dans ce dossier sont illustratifs.

QUESTIONS

Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{1\ 000}$,

- 1 cm sur la carte représente 1 000 cm dans la réalité.
- 1 cm sur la carte représente 1 km dans la réalité
- 1 km dans la réalité représente 1 000 cm sur la carte

Convertir,

42 000 cm en m

42 000 cm en km

20 km en m

20 km en cm

Une **échelle** est un **rapport de référence** entre une **distance représentée** (sur un schéma, une carte, un plan, un modèle réduit etc.) et la **distance réelle** qui lui correspond exactement dans un **format augmenté** ou **réduit**.



Ces deux distances s'expriment dans ce rapport dans la **même unité** de mesure.

Ainsi, dans une représentation à l'échelle $\frac{a}{b}$

- a est la **Distance représentée**
- b est la **Distance réelle**

Même unité



Ce **rapport de référence** permet de calculer une **distance représentée** connaissant la **réelle**.



Tour Eiffel

$H = 312\text{ m}$
 $= 31\ 200\text{ cm}$
Hauteur réelle, cm



Porte clé

Reproduction à l'échelle $\frac{1}{7\ 800}$

$h = ?$
Hauteur représentée, cm

RÉPONSES

- 1 cm sur la carte représente 1 000 cm dans la réalité.

L'échelle exprime une correspondance de distances de même unité

42 000 cm = 420 m

42 000 cm = 0,420 km

20 km = 20 000 m

20 km = 2 000 000 cm

Toutes les dimensions de la Tour Eiffel, réduite-réelle, sont soumises à cette échelle.

💡 C'est la condition pour obtenir une reproduction exacte, réduite ou augmentée.

Le lien entre les deux hauteurs se traduit par cette **égalité de rapports** : $\frac{1}{7800} = \frac{h}{31200}$

Les possibilités pour calculer h :

- Multiplication horizontale ⁽¹⁾
- Multiplication verticale ⁽²⁾
- Produit en croix ⁽³⁾

$$\begin{array}{c} \times \frac{31200}{7800} \text{ soit } \times \frac{52}{13} \quad (1) \\ \frac{1}{7800} = \frac{h}{31200} \end{array}$$

$$\frac{1}{7800} = \frac{h}{31200} \quad \leftarrow \times \frac{1}{7800} \quad \leftarrow \div 7800 \quad (2)$$

$$(3) \quad \frac{1}{7800} = \frac{h}{31200} \Leftrightarrow 1 \times 31200 = 7800 \times h \Leftrightarrow \frac{1 \times 31200}{7800} = \frac{7800 \times h}{7800} \Leftrightarrow h = 4$$

Dans tous les cas, on obtient que la hauteur **h** du modèle réduit est de **4 cm**.

QUESTIONS



Une fourmi noire de jardin mesure 0,7 cm de long. L'une d'elle apparaît sur une photographie à l'échelle $\frac{8}{1}$.

Calculer la longueur de cette fourmi sur la photo.

ALPINE A110



Longueur = 4 180 mm,
largeur = 1798 mm,
hauteur = 1250 mm

Calculer les dimensions, Longueur, largeur, hauteur, en mm d'un modèle réduit à l'échelle $\frac{1}{20}$.

RÉPONSES

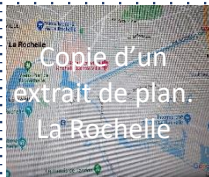
L'égalité de rapports est : $\frac{8}{1} = \frac{?}{0,7}$

Avec la procédure de calculs de son choix, on obtient : la fourmi mesure **5,6 cm** sur la photo.

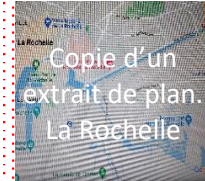
L'égalité de rapports s'écrit : $\frac{1}{20} = \frac{L}{4180} = \frac{l}{1798} = \frac{h}{1250}$

Avec la procédure de son choix, on obtient les dimensions du modèle réduit : **L = 209 mm ; l = 89,9 mm ; h = 62,5 mm**

☀ Le **rapport de référence** permet de calculer une **distance réelle** connaissant celle **représentée**.



Longueur réelle de la rue de Périgny = ?



Sur un plan de La Rochelle à **l'échelle** $\frac{1}{20\,000}$ la rue de Périgny mesure **7 cm**.

Toutes les distances et dimensions sur le plan sont une représentation des réelles par l'intermédiaire de l'échelle.



C'est la condition pour établir le lien exact entre dimensions réelles et représentées.

Le lien entre les deux longueurs se traduit par cette **égalité de rapports** : $\frac{1}{20\,000} = \frac{7\text{ cm}}{\text{Longueur cm}}$

Les possibilités pour **calculer L** :

- Multiplication horizontale **(1)**
- Multiplication verticale **(2)**
- Produit en croix **(3)**

$$\frac{1}{20\,000} = \frac{7}{\text{Longueur}} \quad \times \frac{20\,000}{1} \text{ soit } \times 20\,000 \quad \text{(2)}$$

$$\times \frac{7}{1} \text{ soit } \times 7 \quad \text{(1)}$$

$$\text{(3)} \quad \frac{1}{20\,000} = \frac{7}{L} \Leftrightarrow 1 \times L = 20\,000 \times 7 \Leftrightarrow L = 20\,000 \times 7 \Leftrightarrow L = 140\,000$$

Dans tous les cas, on obtient que la longueur réelle **L** de la rue est de **140 000 cm soit 1 400 m ou 1,4 km**

QUESTION

Sur le plan du lycée, le couloir du bâtiment B mesure 6,5 cm de long.

Le plan est à l'échelle $\frac{1}{8000}$.

Calculer la longueur du couloir dans la réalité.



Sur son livret descriptif, cette lampe dessinée mesure 7,6 cm de hauteur.

Le schéma est réalisé à l'échelle $\frac{1}{5}$.

Calculer la hauteur réelle, en cm, de la lampe.

RÉPONSES

L'égalité de rapports est : $\frac{1}{8000} = \frac{6,5 \text{ cm}}{? \text{ cm}}$

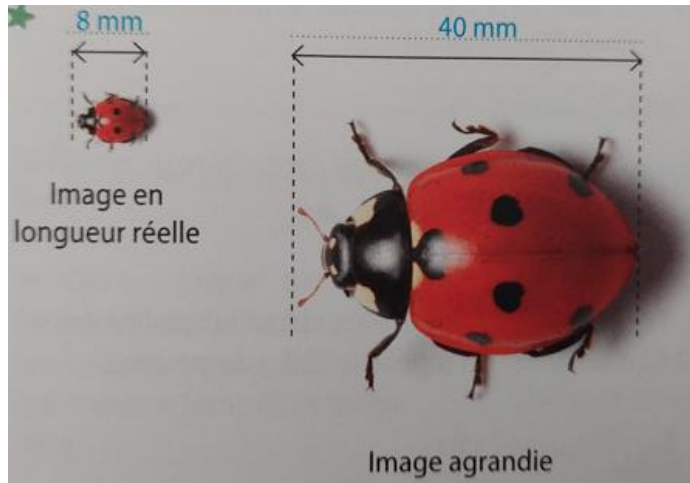
Avec la procédure de calculs de son choix, on obtient : le couloir mesure dans la réalité **52 000 cm**.

L'égalité de rapports est : $\frac{1}{5} = \frac{7,6 \text{ cm}}{? \text{ cm}}$

Avec la procédure de calculs de son choix, on obtient : la lampe mesure **38 cm** de hauteur.

CALCULER UNE ÉCHELLE

💡 L'échelle résulte d'un **rapport de comparaison** entre une **distance représentée** et une **distance réelle**, toutes deux exprimées dans la **même unité**.



Source : Carnet de pratique de maths – Hachette Education – Schémas à l'échelle

Le rapport de comparaison s'écrit :

$$\frac{\text{Longueur de l'image agrandie}}{\text{Longueur réelle de l'image}} = \frac{40 \text{ mm}}{8 \text{ mm}} = \frac{5 \times 8 \text{ mm}}{1 \times 8 \text{ mm}} = \frac{5}{1}$$

L'**échelle** de l'image **agrandie par rapport** à celle **réelle** est de $\frac{5}{1}$

QUESTIONS



Une maquette de l'Hermione a ces dimensions :

Longueur : 900 mm ; Largeur : 320 mm ; Hauteur : 720 mm

Les dimensions réelles du navire sont celles-ci :

Longueur : 64,8 m ; Largeur : 23,04 m ; Hauteur : 51,84 m

Calculer l'échelle de la maquette

Alex a parcouru 3 500 m dans les rues du centre-ville, en ligne droite dans chacune, pour sa course de livraison. Sur son plan cela représente 14 cm.

Quelle est l'échelle de son plan ?

RÉPONSES

Le rapport de comparaison relatif aux longueurs est :

$$\frac{900 \text{ mm}}{648000 \text{ mm}} = \frac{1 \times 900 \text{ mm}}{72 \times 900 \text{ mm}} = \frac{1}{72}$$

On peut calculer les deux autres rapports et vérifier la valeur finale.

La maquette est à l'échelle $\frac{1}{72}$

Le rapport de comparaison est : $\frac{14 \text{ cm}}{350\,000 \text{ cm}} = \frac{1 \times 14 \text{ cm}}{25\,000 \times 14 \text{ cm}} = \frac{1}{25\,000}$

Le plan est à l'échelle $\frac{1}{25\,000}$