

Livret automatismes Techniques et éclairages



LA PROPORTIONNALITÉ 1 – GRANDEURS PROPORTIONNELLES

De la proportion à la proportionnalité : une suite de rapports égaux

La fiche technique d'un enduit de rebouchage à préparer indique qu'il faut mélanger :

- **1 kg d'eau** (soit 1 litre)
- à **2,5 kg de poudre** pour obtenir la pâte finale

Le **rapport de référence** qui exprime cette **répartition** eau/poudre à reproduire pour **tout mélange** est,

$$\frac{1}{2,5} \text{ soit } \frac{2}{5} \text{ ou } \frac{10}{25}$$

Si on reprend l'exemple de l'enduit de rebouchage (cf « *La proportion* ») :

Il est possible de constituer autant de quantités différentes d'enduit que l'on veut en se basant toujours sur le rapport de référence $\frac{1}{2,5}$.

On pourrait ainsi avoir **une suite de rapports** (eau/poudre) **égaux entre eux** et **tous égaux à $\frac{1}{2,5}$** :

$$\frac{2}{5} = \frac{10}{25} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{3}{7,5} = \frac{40}{100} = \dots = \frac{1}{2,5}$$

Une suite de rapports **égaux** à un même **rapport de référence** permet de constituer **deux suites de nombres** dites **proportionnelles** :

Les deux suites sont ici dans un **rapport de proportionnalité, 2 à 5** ou **1 à 2,5**.

On considérera la deuxième suite, les dénominateurs, comme étant obtenue à partir de la première, les numérateurs, par une **multiplication** par un **nombre** ou un **quotient**.

Ici, il s'agit de $\times \frac{2,5}{1}$ **soit** $\times 2,5$.

Le tableau de proportionnalité : une organisation synthétique de données

Les quantités d'eau et de poudre peuvent être organisées sous forme d'un **tableau** :

Eau, kg	2	10	4	6	3	40	1
Poudre, kg	5	25	10	15	7,5*	100	2,5

$2 + 4 = 6$
 $5 + 10 = 15$
 $\times \frac{10}{2}$ soit 5
 $\times \frac{3}{6}$ soit 0,5
 $\times \frac{2,5}{1}$ soit 2,5
 Coefficient de proportionnalité

***Produit en croix - colonnes 5 et 7**

3	1
?	2,5

$3 \times 2,5 = ? \times 1$
 d'où, $? = \frac{3 \times 25}{1}$
 et $? = 7,5$

Il s'agit d'un **tableau de proportionnalité**. Comme dans la succession de rapports égaux, il s'agit d'y « reproduire » le **rapport de référence**.

De multiples façons permettent de **calculer** les valeurs manquantes ou de **montrer** que les deux suites de valeurs sont proportionnelles l'une à l'autre.

QUESTIONS

Compléter ce tableau de proportionnalité :

Quantité de Peinture, L	3	...	12	14,1	15	...
Surface peinte, m ²	10	5	59

Ce tableau représente-t-il une situation de proportionnalité ?

Piscine municipale – Tarif réduit avec abonnement	Nombre d'entrées	10	8	12	2	18
	Tarif, €	56	50,80	61,20	35,20	76,80

RÉPONSES

Quantité de Peinture, L	3	1,5	12	14,1	15	17,7
Surface peinte, m ²	10	5	40	47	50	59

$\div 2$
 $\times 4$
 $\frac{10 \times 14,1}{3}$
 $\div 3$
 $10 + 40$

Non, car : $\frac{10}{56} \neq \frac{8}{50,80}$ $10 \times 50,80 \neq 56 \times 8$

Ou : $\frac{10}{56} \neq \frac{8}{50,80}$ $56 - 50,80 \neq 35,20$

Ou : $\frac{56}{10} \neq \frac{50,80}{8}$, au moins deux rapports sont différents

La représentation graphique des données : une vue d'ensemble

Extrait - Graphique représentant les quantités d'eau et de poudre juxtaposées, dans le cadre de la fabrication de la colle.

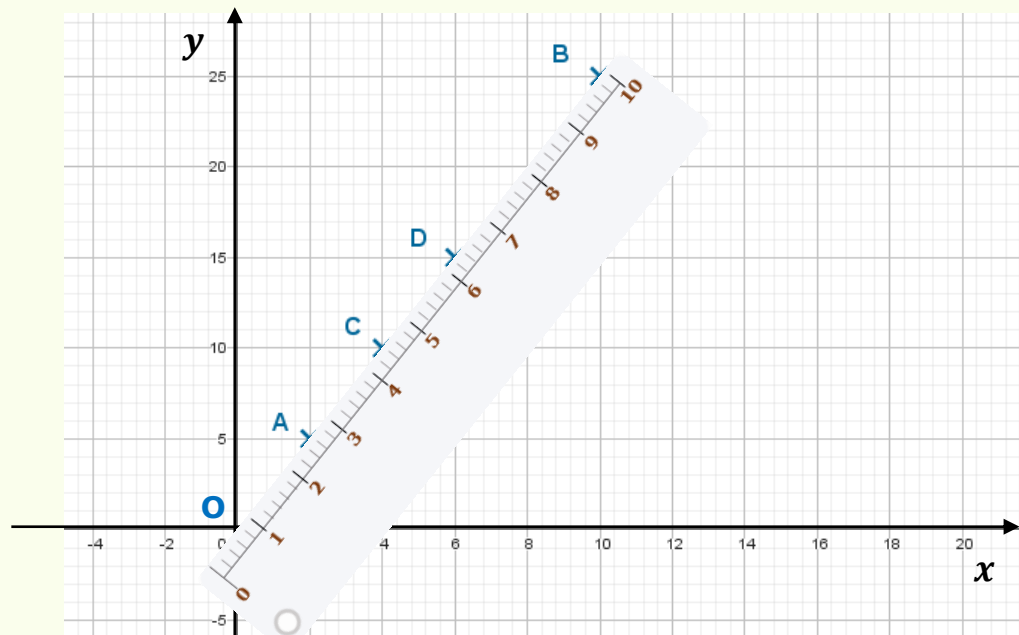
Eau, kg	2	10	4	6	Axe des abscisses, x
Poudre, kg	5	25	10	15	Axe des ordonnées, y

A (2 ; 5)

B (10 ; 25)

C (4 ; 10)

D (6 ; 15)



💡 Souvent, les données sont transcrites par le dessin de façon à disposer d'une **vue d'ensemble de la situation**.

💡 Le **repère** tient compte des données du texte et du tableau.

Les **nombre relatifs** associés aux quantités du tableau sont **les abscisses et les ordonnées de points**.

Par convention :

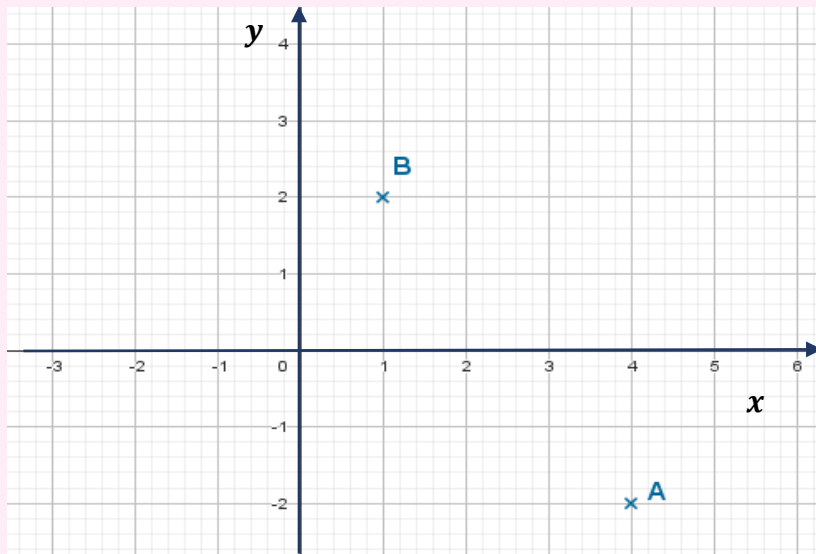
- ♦ La première ligne du tableau correspond à **l'axe des abscisses**.
- ♦ La deuxième ligne correspond à **l'axe des ordonnées**.

💡 Dans une situation de **proportionnalité** : **les points qui la représentent sont tous alignés avec l'origine du repère, O**.

QUESTIONS / RÉPONSES

QUESTIONS

Lire et écrire les coordonnées des points A et B.



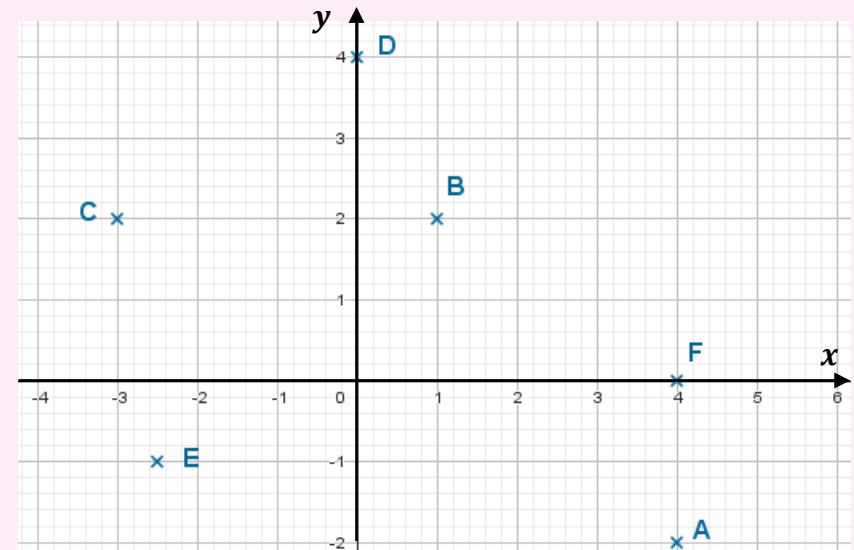
Placer les points C(-3 ; 2), D(0 ; 4), E(-2,5 ; -1), F(4 ; 0).

Indiquer les coordonnées des points qui apparaîtraient sur la représentation graphique des données de ce tableau de proportionnalité :

Longueur de tissu acheté, m	1	1,5	3	4.5	8
Prix, €	8	12	21	36	40

RÉPONSES

A(4 ; -2) et B(1 ; 2)



Ce tableau de proportionnalité comporte **5 couples de valeurs** présentés **en colonne**.

Cela correspond **dans la transcription graphique à 5 points**.

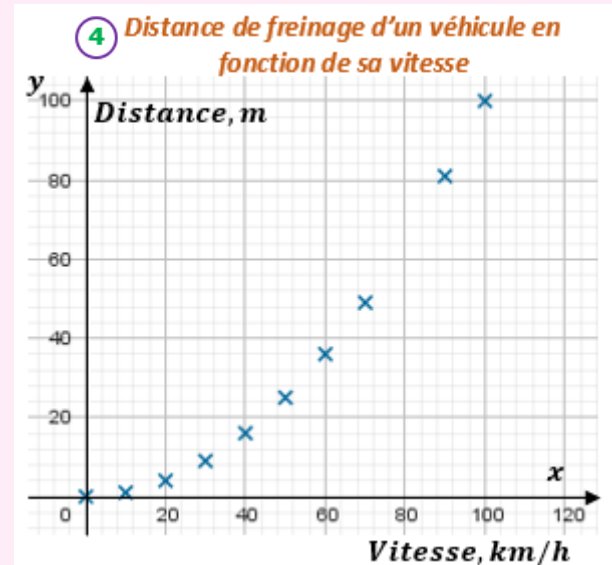
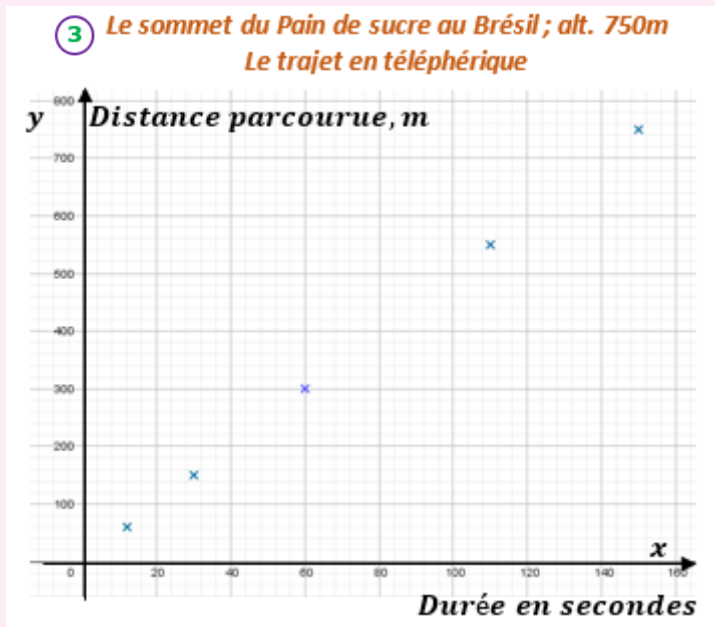
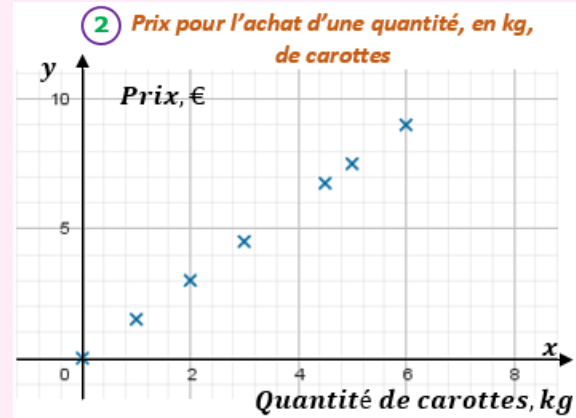
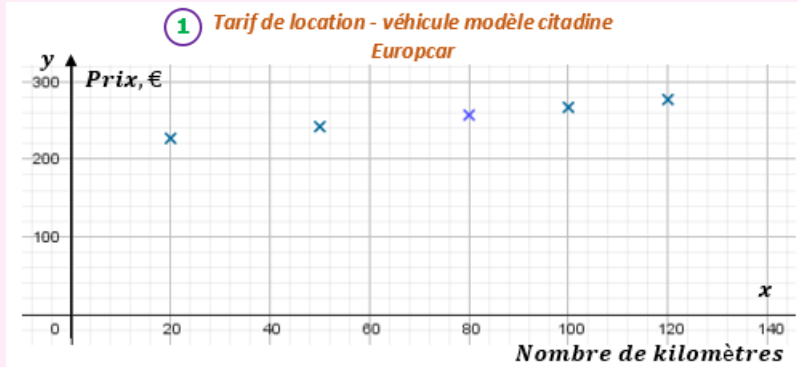
On peut appeler ces points **G, H, I, J, K** par exemple.

Leurs coordonnées sont :

G(1 ; 8) ; H(1,5 ; 12) ; I(3 ; 21) ; J(4,5 ; 36) ; K(8 ; 40)

QUESTIONS

Parmi les graphiques suivants, choisir ceux qui représentent une situation de proportionnalité.



RÉPONSES

Les graphiques 1 et 4 ne représentent pas de situation de proportionnalité :

1 – Les points sont alignés mais ne le sont pas avec l'origine du repère.

3 – Les points ne sont pas alignés.

Les graphiques 2 et 3 représentent une situation de proportionnalité :

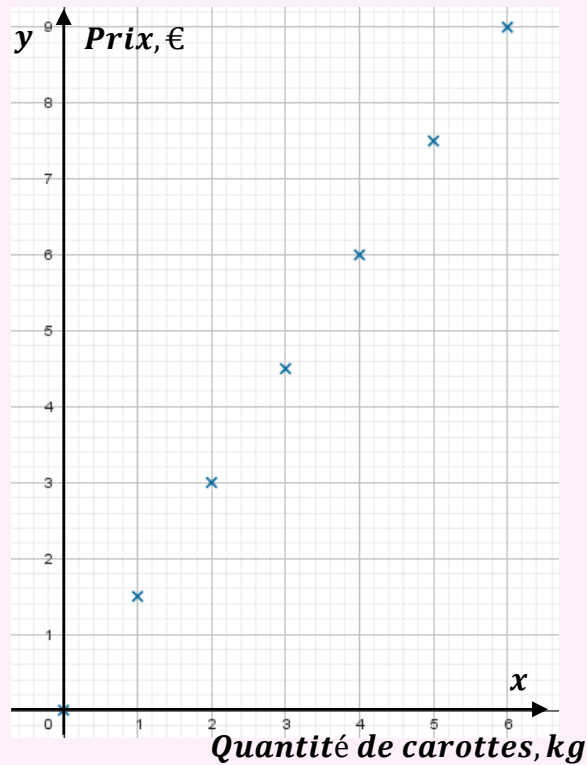
2 - Le prix à payer est **proportionnel** au nombre de kilogrammes de carottes achetés. Les points sont alignés avec l'origine du repère.

3 – On constate visuellement que les points semblent alignés avec l'origine du repère.

Pour **prouver la proportionnalité**, des calculs sont nécessaires.

QUESTIONS

Établir le tableau de proportionnalité correspondant à ce graphique.



L'accès au sommet du Pain de sucre en téléphérique : le parcours du téléphérique - Tableau de proportionnalité

Durée du parcours, s	0	12	30	60	110	150
Distance parcourue, m	0	60	150	300	550	750

Quels couples de valeurs durée-distance peuvent être intégrés à ce tableau de proportionnalité ?

10
50

25
127

70
320

120
600

Inspiré de Les nouveaux cahiers CAP – Foucher, p.41

RÉPONSES

Quantité de carottes, kg	0	1	2	3	4	5	6
Prix, €	0	1,50	3	4,50	6	7,50	9

ABSCISSE

x

y

ORDONNÉES

Un couple de valeurs peut être intégré au tableau seulement s'il en respecte les règles de proportionnalité.

Un test par couple suffit puisqu'on sait qu'il s'agit d'un tableau de proportionnalité.

Exemples :

10	12
50	60

Le couple (10 ; 50) respecte la règle de proportionnalité du tableau et peut donc y être intégré

$10 \times 60 = 50 \times 12$

À tester Extrait du tableau

150
750

$\times \frac{750}{150}$ soit $\times 5$

Tests :

25
127

$25 \times 5 \neq 127$

70
320

$70 \times 5 \neq 320$

120
600

$120 \times 5 = 600$

Les couples (25 ; 127) et (70 ; 320) ne respectent pas la proportionnalité du tableau et ne peuvent donc pas y être intégrés.

Le couple (120 ; 600) le peut par contre.