LA FONCTION AFFINE

La forme générale d'une fonction affine $\boldsymbol{f}$ est,

$$\boldsymbol{f} : \boldsymbol{x} \mapsto \boldsymbol{a \times x + b}$$

nombre de départ, variable
antécédents

Nombre associé, $f(x)$
images

Son domaine de définition est $\mathbb{R}$.

Son expression algébrique générale est,

$$\boldsymbol{f(x) = a \times x + b}$$

$\boldsymbol{x}$, est une variable qui peut prendre toute valeur de l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.

a *et* b, désignent des valeurs fixes pour chaque fonction donnée et sont spécifiques à chaque situation étudiée.

Ce sont des nombres réels.

Par exemple, dans l'étude des tarifs du bowling,

$$g(x) = \underbrace{3,2}_{\boldsymbol{a}}x + \underbrace{50}_{\boldsymbol{b}}$$

$$f(x) = \underbrace{4,8}_{\boldsymbol{a}}x$$

Dans l'étude des situations professionnelles ou de vie courante on peut se limiter à un **intervalle** significatif.

Par exemple $x \in [10; 80]$ dans l'étude des tarifs du bowling.

$[10; 80]$ est un intervalle de $\mathbb{R}$

$[10; 80] \subseteq \mathbb{R}$

« Inclus dans »

Une fonction affine est une « machine » mathématique qui transforme un **nombre donné $\boldsymbol{x}$** en **un autre $\boldsymbol{a \times x + b}$.**

Ses variations

Sur son ensemble de définition, une **fonction affine** est soit **croissante,** soit **décroissante,** soit **constante.**

Lorsque $\boldsymbol{a} > 0$ – exemple $f(x) = \boldsymbol{3,2}x + 50$

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$ $+\infty$

Lorsque $\boldsymbol{a} < 0$ - exemple $f(x) = \boldsymbol{-3,2}x + 50$

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ $\searrow$ $-\infty$

Lorsque $\boldsymbol{a} = 0$, la fonction f est constante.
Exemple $f(x) = 50$

Déterminer son expression

Procédure - quand l'expression n'est pas directement issue du contexte.

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\boldsymbol{f(1) = 2} \text{ et } \boldsymbol{f(-2) = -16}$$

m $\qquad$ n

1) $\boldsymbol{a}$, *taux d'accroissement :* $\quad \boldsymbol{a = \dfrac{f(m) - f(n)}{m - n}}$

$$\boldsymbol{a} = \frac{f(1) - f(-2)}{1 - (-2)} = \frac{2 - (-16)}{1 + 2} = \frac{2 + 16}{3} = \frac{18}{3} = \boldsymbol{6}$$

2) $\boldsymbol{b}$: $f(x) = 6x + b$ $\quad$ or $\quad f(1) = 2$

D'où : $f(1) = 6 \times 1 + b = 2$ *et* $6 + b = 2$

D'où : $6 + b - 6 = 2 - 6$ *et* $\boldsymbol{b = 4}$

$$\boxed{\boldsymbol{f(x) = 6x + 4}}$$

Sa représentation graphique

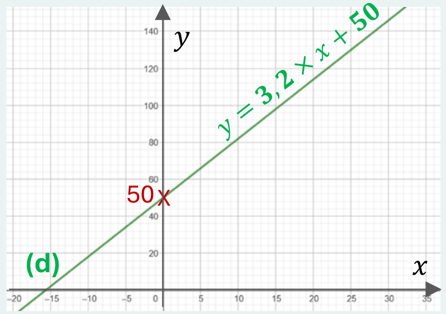
La **représentation graphique** d'une **fonction affine** définie sur $\mathbb{R}$ est une **droite**.

Sa relation est : $y = \boldsymbol{a} \times x + \boldsymbol{b}$

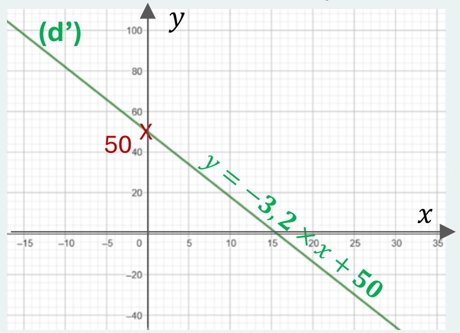
Coefficient directeur, pente de la droite

Ordonnée à l'origine des $\boldsymbol{x}$

Lorsque $a > 0$ – exemple, (d) : $y = 3,2 \times x + 50$



Lorsque $a < 0$ – exemple, (d') : $y = -3,2 \times x + 50$



Un cas particulier de fonction affine :

LA FONCTION LINÉAIRE ($b = 0$)

Il s'agit de la fonction qui modélise des **situations de proportionnalité**.
Ne sont présentées ici que les spécificités de la fonction linéaire.

La forme générale d'une fonction linéaire f est, $f : x \mapsto a \times x$

nombre de départ, variable
antécédents

nombre associé, $g(x)$
images

Son domaine de définition est $\mathbb{R}$.

Son expression algébrique générale est,

$$f(x) = a \times x$$

Le tableau de valeurs d'une fonction linéaire est un tableau de proportionnalité.

Il se complète avec :

- L'expression de la fonction – par exemple si $f(x) = 4{,}8x$, alors $f(\mathbf{5}) = 4{,}8 \times 5 = \mathbf{24}$
- Les règles de calcul associées à deux séries de valeurs proportionnelles[2]

x (-10)

+ =

x	-2	0	2	5	7	20
$f(x)$	-9.6	0	9.6	24	23,6	96

+ =

x (-10)

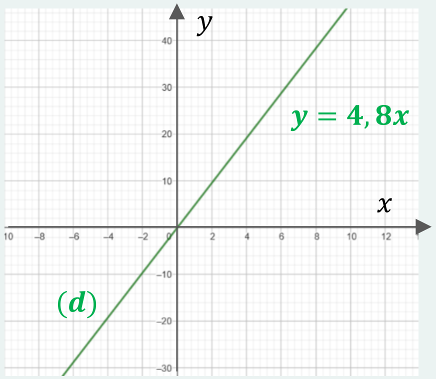
$\times 4,8$ $\div 4,8$

La **représentation graphique** d'une **fonction linéaire** définie sur $\mathbb{R}$ est une **droite qui passe par l'origine du repère**.

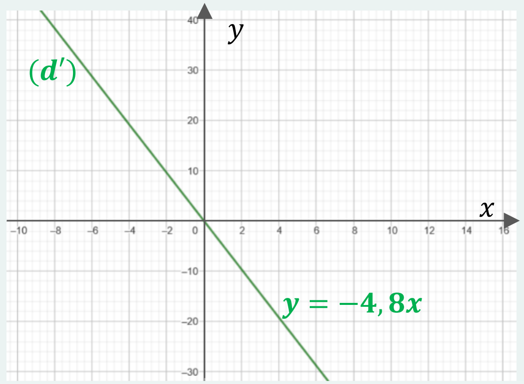
La relation de cette droite est : $y = a \times x$

Coefficient directeur, pente de la droite

Lorsque $a > 0$ – exemple, (d) : $y = 4,8 \times x$



Lorsque $a < 0$ – exemple, (d') : $y = -4,8 \times x$



[2] *Voir « La proportionnalité 1 – Grandeurs proportionnelles » - Rubrique mathématiques du site du lycée DORIOLE*