LA FONCTION CUBE

La forme générale d'une fonction cube $\boldsymbol{f}$ est,

$$f : x \mapsto x^3$$

nombre de départ, variable antécédents

nombre associé, $f(x)$ images

Son domaine de définition est $\mathbb{R}$.

Son expression algébrique générale est,

$$f(x) = x^3$$

Une fonction cube est une « machine » mathématique qui transforme un **nombre donné x** en **un autre x^3**.

x, est une variable qui peut prendre toute valeur de l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels.

Des exemples de calcul :

$$g(2) = 2^3 = 8$$

$$g(12{,}2) = 12{,}2^3 = 1815{,}848$$

$$g(0) = 0^3 = 0$$

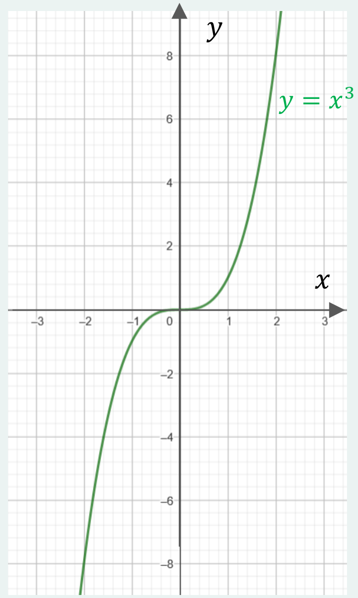
$$g(-2) = (-2)^3 = -8$$

$$g(-10) = (-10)^3 = -1000$$

Sa représentation graphique

La **représentation graphique** d'une **fonction cube** définie sur $\mathbb{R}$ est ci-dessous.

La relation de la courbe est : $y = x^3$



Ses variations

Sur son ensemble de définition, la fonction cube est,

- **Croissante lorsque $x \in]-\infty\,;+\infty[$**

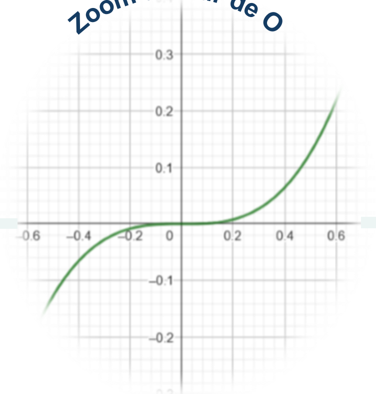
x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	0 ↗	$+\infty$

$$f(0) = 0^3 = 0$$

Lieu remarquable

La courbe passe par le point **O (0 ; 0)**

Zoom autour de O



Propriété

La courbe admet un **centre de symétrie**

Le point O

Propriété

$$f(1) = 1^3 = 1 \quad et \quad f(-1) = (-1)^3 = -1$$

$$f(2) = 2^3 = 8 \quad et \quad f(-2) = (-2)^3 = -8$$

$$f(12) = 12^3 = 1728 \quad et \quad f(-12) = (-12)^3 = -1728$$

…

$$f(x) = -f(-x) \text{ quel que soit } x \in \mathbb{R}$$

La fonction cube est impaire sur $\mathbb{R}$

Le cas des fonctions issues de la fonction cube (1)

$f(x) = a \times x^3$ où a est un réel non nul

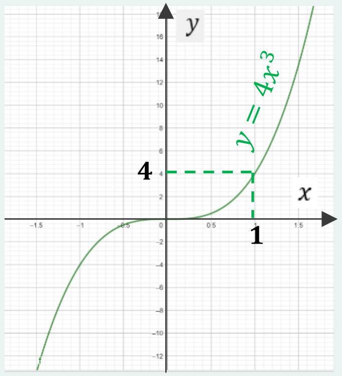
Exemples : $f(x) = 4x^3$; $f(x) = -0{,}5x^3$; $f(x) = \frac{2}{5}x^3$

L'ensemble des fonctions de cette forme sont définies sur $\mathbb{R}$.

Cas où $a > 0$

exemple : $f(x) = 4x^3$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

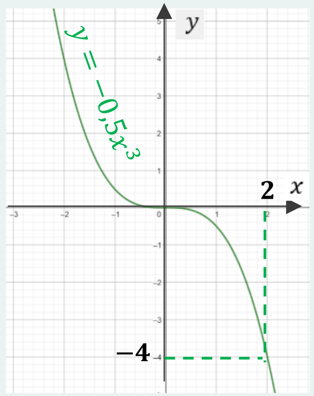


Cas où $a < 0$

Exemple : $f(x) = -0{,}5x^3$

Le sens de variation est inversé.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	0	$-\infty$



Le cas des fonctions issues de la fonction cube (2)

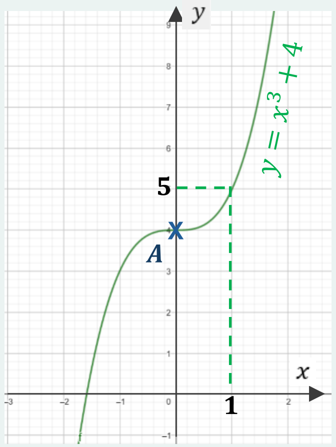
$f(x) = x^3 + b$ où b est un réel

Cas où $b > 0$

exemple : $f(x) = x^3 + 4$

Le centre de symétrie est A (0 ; 4)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	4	$+\infty$



Cas où $b < 0$

exemple : $f(x) = x^3 - 4$

Le centre de symétrie est A (0 ; - 4)

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$