Livret automatismes
Techniques et éclairages

Marie Guillaume
Lycée Pierre DORIOLE
Septembre 2023

PROPORTION – Nom féminin

XIIIème siècle – Emprunté du latin *proportio*, « rapport, analogie », lui-même composé de pro, « en avant, devant », et portion, « part, portion »

Dictionnaire de l'académie française

Dans la langue courante...

I) Rapport de grandeur des parties d'un tout entre elles ou avec le tout ;

- *Équilibre, combinaison harmonieuse.*
- *Calculer la proportion entre la hauteur et la largeur d'un bâtiment. Garder, observer, respecter les proportions d'un schéma.*
- *Dans la statuaire Grecque, la proportion de la tête par rapport au corps était de 1/7 (*) pour les hommes.*

Sens figuré : Correspondance, juste rapport existant entre différentes choses qu'on met en relation. *Le luxe déployé en ce lieu est hors de proportion avec sa fonction.*

Locution : *Chacun contribuera en proportion de ses moyens ; Elle a fort bien travaillé et elle sera récompensée en proportion.*

En Mathématiques...

III) Relation entre quatre nombres, (a, b, c, d), établie par égalité de leurs rapports :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Ex. Les nombres 5, 20, 4 et 16, pris dans cet ordre, forment une proportion car,

$$\frac{5}{20} = \frac{4}{16} \qquad \left(= \frac{1}{4} \ ou \ 0,25\right)$$

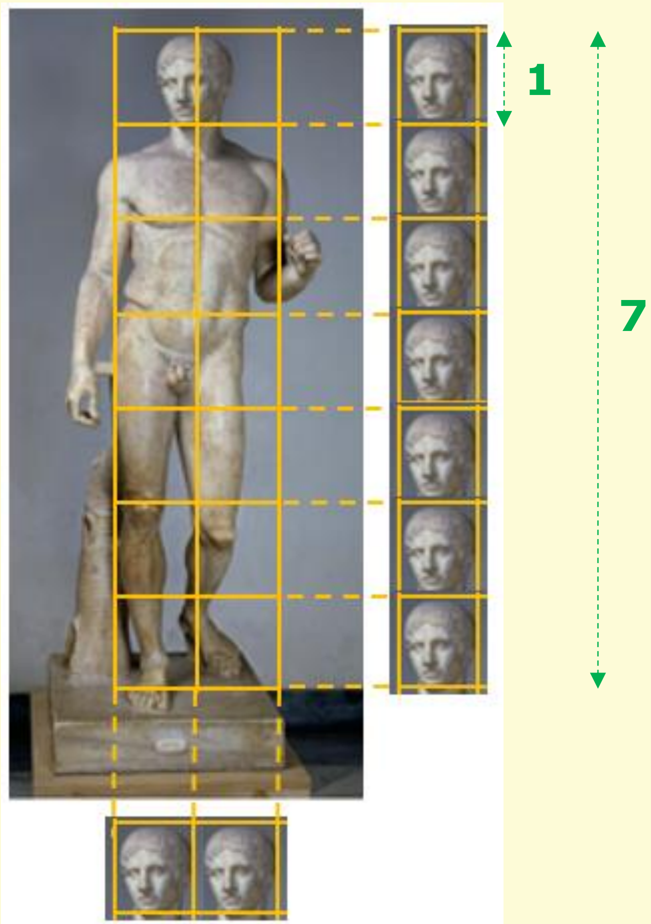
II) Quantité d'un élément donné au sein d'un ensemble ; pourcentage

La proportion d'or fin d'un bijou se mesure en carats. Dans la même proportion, la même mesure, le même pourcentage.

(*) Illustration :

Le Doryphore - (*Du grec doruphoros, phoros « qui porte » et doru, « pique, lance »)*

Œuvre du sculpteur grec **Polyclète** réalisée au V$^{\text{ème}}$ siècle av. JC :



Source statue : Réunion des musées nationaux – Statue en marbre conservée au musée archéologique national de Naples.

Dans l'Antiquité un Doryphore est un soldat muni d'une lance. C'est un garde du corps. (*Larousse*)

*La statue constituait un **canon** esthétique de la représentation du corps humain masculin c'est-à-dire des **règles précises** de rapports de longueurs entre ses différentes parties :*

Par exemple,

- *La hauteur de la tête se retrouve sept fois dans celle du corps. Le rapport « tête / corps » est de un à sept ou* $\frac{1}{7}$.
- *La largeur de la tête se retrouve deux fois dans celle des épaules. Le rapport « tête / épaules » est de un à deux ou* $\frac{1}{2}$.
- *D'autres rapports établissent des liens entre la longueur des doigts et celle de la main, de l'avant-bras etc.*

LE SENS DU MOT – S'ADAPTER AU CONTEXTE

Dans les définitions I) et II), la notion de **proportion** - et de **disproportion** – suivant les situations :

- Est associée à une perception subjective(1) et/ou en référence à des normes installées – (équilibre, combinaison harmonieuse, statue grecque).
- Est **assimilée** à celle de **rapport,** ($\frac{1}{7}$, proportion entre hauteur et largeur d'un immeuble), de **pourcentage** (teneur en or fin).
- Est à considérer au sens de « **en rapport avec** … ».
- Repose sur des grandeurs reliées, des impressions établies de façon **approximative**, **visuelle**. (Notion de luxe, jardin/parc…)

EN MATHÉMATIQUES

L'égalité de rapports – définition - est utilisée :

- Pour **calculer** une **quatrième proportionnelle,** notamment pour atteindre un pourcentage, appliquer une échelle.
- Pour **vérifier** que le **rapport de référence** est bien **respecté.**
- Pour **montrer** que deux **suites de nombres** sont **proportionnelles.**
- Pour **montrer** que **deux figures géométriques** sont **semblables.**
- Pour **résoudre** une **équation.**

Par adaptation au langage usuel, « Proportion » apparaît couramment dans les exercices comme synonyme de rapport ou de pourcentage.

L'usage de l'égalité de rapports pour aboutir au résultat y est alors sous-jacente.

ADAPTER SES PROCÉDURES DE CALCUL

(1) Qui est propre à une personne en particulier, à son affectivité – Une vision subjective du monde

RAPPORT – QUOTIENT – QUATRIÈME PROPORTIONNELLE - PRODUIT EN CROIX

QUESTIONS

10 cm

15 cm

Pixabay – Kie Ker

Indiquer le rapport largeur/longueur de référence à conserver pour imprimer cette photo, agrandie ou réduite.

Calculer la largeur de la photo agrandie si sa longueur est de 45 cm.

Calculer la longueur de la photo réduite si sa largeur est 6 cm.

La fiche technique d'un enduit de rebouchage à préparer indique qu'il faut mélanger :

- **1 kg d'eau** (soit 1 litre)
- à **2,5 kg de poudre** pour obtenir la pâte finale

Le **rapport de référence** qui exprime cette **répartition** eau/poudre à reproduire pour **tout mélange** est,

$$\frac{1}{2,5} \quad soit \quad \frac{2}{5} \quad ou \quad \frac{10}{25}$$

7 kg de poudre sont utilisés pour le travail prévu ce jour.

En respectant la **répartition eau/poudre**, la quantité d'eau s'obtient par l'égalité de rapports :

$$\frac{2}{5} = \frac{?}{7} \Leftrightarrow 2 \times 7 = 5 \times ?$$

Une **propriété des égalités** (1) conduit à,

$$\frac{2 \times 7}{5} = \frac{5 \times ?}{5} \quad d'où : \; ? = \frac{2 \times 7}{5} = 2,8$$

Il faut mélanger **2,8 kg** d'eau (2,8 L) à **7 kg** de poudre pour obtenir l'enduit.

Le **rapport** de deux quantités **a** et **b**, non nulles, de mêmes nature et unité, est le **quotient** de « a » par « b » :

$$\frac{a}{b} \text{ où } b \neq 0$$

On peut utiliser **l'un ou l'autre des rapports** tout en,

- Conservant **le sens** de l'information
- Et/ou **facilitant** ses calculs

Quatrième proportionnelle

La **valeur manquante** dans une égalité de deux rapports.

Le « Produit en croix »

*Quatre nombres non nuls, **a, b, c et d** formant une proportion, alors,*

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow^{(2)} a \times d = b \times c$$

RÉPONSES

Le rapport de référence est

$$\frac{10\ cm}{15\ cm} \quad soit \quad \frac{2}{3}$$

L'égalité de rapport :

$$\frac{2}{3} = \frac{?}{45}$$

$$\Leftrightarrow 2 \times 45 = 3 \times ?$$

$$\Leftrightarrow ? = \frac{2 \times 45}{3} = 30$$

Soit **30 cm** de largeur.

L'égalité de rapport :

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{?}$$

$$\Leftrightarrow 2 \times ? = 3 \times 6$$

$$\Leftrightarrow ? = \frac{3 \times 6}{2} = 9$$

Soit **9 cm** de longueur

(1) Propriété des égalités, par exemple si **5 + 7 = 12** alors **(5 + 7)** ÷ 8 = **12** ÷ 8

(2) « ⇔ » signifie que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ est **équivalent** à $a \times d = b \times c$ ce qui permet de « passer » de l'une des écritures à l'autre suivant les besoins de calculs.

QUESTIONS

Calculer la valeur manquante dans chacune de ces égalités :

$$\frac{5}{6} = \frac{\dots}{0,6}$$

$$\frac{\dots}{7} = \frac{18}{42}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{7}{\dots}$$

$$\frac{9}{\dots} = \frac{1}{4,50}$$

Le jour suivant, 15 kg de poudre sont nécessaires à la quantité souhaitée d'enduit.

En respectant la **répartition eau/poudre**, la quantité d'eau s'obtient par l'égalité de rapports :

On observe : $\frac{2}{5} = \frac{?}{15}$ $\times 3$

On en déduit : $\times 3$ $\frac{2}{5} = \frac{?}{15}$

Il faut mélanger 2 x 3 soit **6 kg** d'eau (6 L) à **15 kg** de poudre pour obtenir l'enduit.

Dans une égalité de rapports, incomplète d'une valeur (recherche d'une 4ème proportionnelle) :

Il peut être plus simple d'opérer **horizontalement sur les valeurs de la même grandeur.**

Le nombre « **3** » est le résultat de **15 ÷ 5.**

On obtient la valeur manquante en effectuant :

$$2 \times 3 \quad ou \quad 2 \times (15 \div 5) \quad ou \quad 2 \times \frac{15}{5}$$

RÉPONSES

$\times \frac{0,6}{6}$ *soit* $0,1$

$$\frac{5}{6} = \frac{0,5}{0,6}$$

$\div 6$

$$\frac{3}{7} = \frac{18}{42}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{7}{14} \times 2$$

$$\frac{9}{40,50} = \frac{1}{4,50}$$

$\times 9$

Enduit de rebouchage en poudre Extra Rebouch TOUPRET Blanc 15 kg.

42,90 €

LEROY MERLIN

04/09/2023 – 16h18

Avoir d'un montant de **8,58 €** à valoir sur n'importe quel achat, jusqu'au 31/12/2024

« La réduction due à l'avoir est de **8,58 € par rapport au** prix normal **42,90 €** » :

$$\frac{8,58}{42,90}$$

Obtenir le pourcentage correspondant résulte de cette égalité de rapport :

$$\frac{8,58}{42,90} = \frac{?}{100}$$

Opération à l'horizontale $8,58 \times \frac{100}{42,9} = 20$

Ou,

Produit en croix : $? = 8,58 \times 100 \div 42,90 = 20$

La **réduction**, due à l'avoir, représente **20 % du prix normal.**

LORSQUE LES GRANDEURS SONT DE NATURES DIFFÉRENTES

QUESTIONS

Une marque de soda indique sur son site « Un verre de 250 mL de soda contient 27 g de sucre ».

Écrire le rapport de référence masse de sucre/volume de soda.

Écrire l'égalité de rapports qui permet de calculer la quantité de sucre dans une canette de 330 mL de ce soda.

Calculer la masse de sucre présente dans 330 ml de ce soda.

L'étiquette **d'un pot de peinture** murale indique :

3 Litres de peinture pour 10 m² de surface

Le rapport de référence s'écrit : $\frac{3}{10}$

Quelle surface peut-on peindre avec 12 Litres de peinture ?

3 possibilités

$$\frac{3\ L}{10\ m^2} = \frac{12\ L}{?\ m^2}$$

(1) $\times\frac{10}{3}$

$\times\frac{12}{3}$ *ou* 4 **(2)**

(3)

Produit en croix :

$$\frac{3}{10} = \frac{12}{?} \Leftrightarrow 3 \times ? = 10 \times 12$$

$$\Leftrightarrow \frac{3\times?}{3} = \frac{10\times12}{3}$$ (Propriété des égalités)

D'où, $? = \frac{10\times12}{3} = 40$

12 litres de peinture permettent de peindre **40 m²** de la surface d'un mur.

---

(1) Le quotient $\frac{10}{3}$ représente la surface en m² peinte avec **1 litre** de peinture.

Autrement dit : « **Avec 1 litre** de peinture on peut peindre $\frac{10}{3}$ **m²** de surface murale.

(2) Le nombre $\frac{12}{3}$ **soit 4** est un rapport horizontal de comparaison des quantités de peinture.

Il s'utilise à l'identique sur les surfaces à peindre

(3) Le **produit en croix** nécessite de parfaitement maîtriser (sens et technique) les **4 étapes** : égalité de rapports – expression équivalente – propriété des égalités - calcul

---

QUESTIONS

$\frac{27}{250}$

Cette fraction est irréductible.

$$\frac{27}{250} = \frac{?}{330}$$

$$\times\frac{330}{250}$$

$$\frac{27}{250} = \frac{?}{330}$$

Il y a 35,64 g de sucre dans une canette de 330 mL.

On peut aussi utiliser le produit en croix.