Suites numériques

Une suite arithmétique de nombres,

C'est une **suite indexée** de nombres, notée (U_n).

Chaque nombre de la suite est appelé « Terme de la suite ».

n *désigne un entier naturel* : $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$

Placé en **indice**, n désigne la position du terme dans la liste.

Si le premier terme est noté U_1, alors le deuxième est noté U_2, le troisième U_3 etc.

Exemple de cette suite de nombres : 2 – 7 – 12 – 17 – 22 - 27

- Le premier terme est 2 ; on écrit que $U_1 = 2$ car « 2 » occupe la 1ère place dans la liste.
- Le quatrième terme, ou le terme de rang 4 est 17 ; on écrit que $U_4 = 17$

C'est une suite de nombres dans laquelle on obtient un terme U_{n+1} à partir du précédent U_n en **ajoutant** toujours le même nombre, **« r », la raison de la suite.**

Elle se définit par : $U_{n+1} = U_n + r$ où n *est un entier naturel*

On peut le schématiser ainsi :

$$U_1 \xrightarrow{+r} U_2 \xrightarrow{+r} U_3 \xrightarrow{+r} U_4 \quad \dots \quad U_n \xrightarrow{+r} U_{n+1}$$

Exemple : Louise augmente chacun de ses entraînements de 0,250 km par rapport au précédent. Le premier est de 1 km.

Liste des longueurs d'entraînements, km

On sait que $U_1 = 1$ et $r = 0,250$

D'où,

$U_1 = 1$; $U_2 = 1,250$; $U_3 = 1,500$; $U_4 = 1,750$; …

Elles permettent principalement d'étudier des phénomènes/évolutions répétitifs.

Elle peut être définie à l'aide d'une fonction f définie pour tout n entier naturel. Cela se traduit par, $U_n = f(n)$

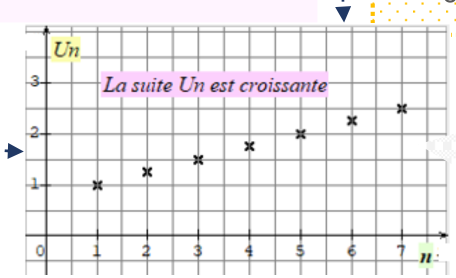
Exemple :

Le $n^{\text{ème}}$ *entraînement* de Louise s'écrit $U_n = 1 + (n-1) \times 0,250$

$U_n = 1 + n \times 0,250 + (-1) \times 0,250$

$U_n = 1 + 0,250n - 0,250$

D'où, $U_n = 0,750 + 0,250n$



Les points de coordonnées $(n; U_n)$ sont alignés

Est **croissante** :

- si $r > 0$
- ou si $U_{n+1} > U_n$ *pour tout* n

Est **décroissante** :

- si $r < 0$
- ou si $U_{n+1} < U_n$ *pour tout* n

Dans le cas où on souhaite calculer un **terme éloigné du premier**, on utilise l'expression de U_n en fonction de U_1 et de r :

$$U_n = U_1 + (n-1) \times r$$

On peut le schématiser ainsi :

$$U_1 \xrightarrow{+r} U_2 \xrightarrow{+r} U_3 \xrightarrow{+r} U_4 \quad \dots \quad U_{n-1} \xrightarrow{+r} U_n$$

$+2r$ $\quad$ $+3r$ $\quad$ $+(n-1) \times r$

Exemple - Le 50ème entraînement de Louise est de 13,25 km :

$U_{50} = U_1 + (50-1) \times 0,250$

$U_{50} = 1 + 49 \times 0,250 = 13,25$

La **somme** de ses n *premiers termes* est, $S_n = n \times \frac{(U_1 + U_n)}{2}$

Exemple : Louise doit atteindre le 124ème entrainement pour être prête. Elle aura couru **en totalité** lors des 124 entraînements :

$S_{124} = 124 \times \frac{(U_1 + U_{124})}{2} = 124 \times \frac{(1 + 31,75)}{2}$ **= 2030,5 soit 2030,5 km**

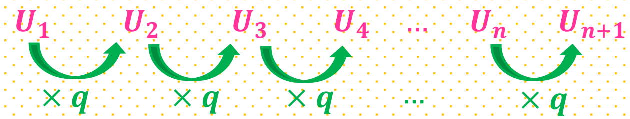
Suites numériques

Une suite géométrique de nombres,

C'est une suite de nombres dans laquelle on obtient un terme U_{n+1} à partir du précédent U_n en **multipliant** toujours par le même nombre, **« q », la raison de la suite.**

Elle se définit par : $U_{n+1} = U_n \times q$ *où n est un entier naturel*

On peut le schématiser ainsi :



Exemple : Téo augmente chacun de ses entraînements de 4% par rapport au précédent. Le premier est de 1 km.

Liste des longueurs d'entraînements, km

On sait que $U_1 = 1$ et $q = 1,04$

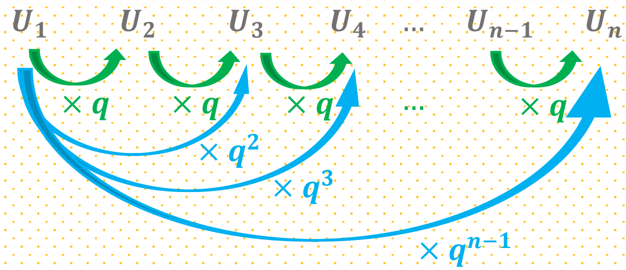
D'où,

$U_1 = 1$; $U_2 = 1,04$; $U_3 = 1,0816$; $U_4 \approx 1,125$; …

Dans le cas où on souhaite calculer un **terme éloigné du premier**, on utilise l'expression de U_n en fonction de U_1 et de q :

$$U_n = U_1 \times q^{n-1}$$

On peut le schématiser ainsi :



Exemple - Le 50ème entraînement de Téo est de 6,83 km :

$$U_{50} = U_1 \times 1,04^{50-1}$$

$$U_{50} = 1 \times 1,04^{49} \approx 6,83$$

Elle peut être définie à l'aide d'une fonction f définie pour tout n entier naturel. Cela se traduit par, $U_n = f(n)$

Exemple : Le $n^{ème}$ *entraînement* de Téo s'écrit $U_n = 1 \times q^{n-1}$

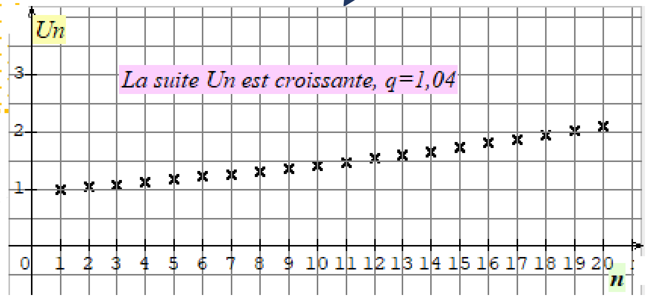
D'où, $U_n = 1 \times 1,04^{n-1}$

Est **croissante** :

- si $q > 1$
- ou si $U_{n+1} > U_n$ *pour tout n*

Est **décroissante** :

- si $0 < q < 1$
- ou si $U_{n+1} < U_n$ *pour tout n*



Les points de coordonnées $(n; U_n)$ ne sont pas alignés

La **somme** de ses *n premiers termes* est, $S_n = U_1 \times \frac{(1-q^n)}{(1-q)}$

Exemple : Téo doit atteindre le 90ème entrainement pour être prêt. Il aura couru **en totalité** lors des 90 entraînements :

$$S_{90} = 1 \times \frac{(1-1,04^{90})}{(1-1,04)} = 827,98\ C'est-à-dire\ 827,98\ km$$