Le **rapport** de deux quantités « **a** » et « **b** », non nulles, de mêmes nature et unité, est le **quotient** :

$$\frac{a}{b} \text{ où } b \neq 0$$

Exemple - Pour obtenir l'enduit prêt à l'emploi, mélanger :

- **1 kg d'eau** (soit 1 litre)
- **Et 2,5 kg de poudre**

Le **rapport de référence** qui exprime cette **répartition** eau/poudre à **reproduire pour toute préparation** d'enduit est,

$$\frac{1}{2,5} \;\; soit \;\; \frac{2}{5} \;\; ou \;\; \frac{10}{25} \;\; ou \; \ldots$$

Quelle masse d'eau pour 15 kg de poudre s'écrit :

$$\frac{2}{5} = \frac{?}{15}$$

Quelle masse de poudre pour 3 kg d'eau s'écrit :

$$\frac{2}{5} = \frac{3}{?}$$

Une **valeur manquante** dans une **égalité** de **deux rapports** s'appelle une **4ème proportionnelle**

La notion de **proportion** est liée à celle de **rapport de deux quantités**.

PROPORTION et 4ème PROPORTIONNELLE

*(1) Les nombres non nuls, **a, b, c et d** formant une proportion, alors,*

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow a \times d = b \times c$$

Calculer une **quatrième proportionnelle**

Par des liens opératoires horizontaux

$$\frac{2}{5} \;=\; \frac{?}{15} \qquad (\times 3)$$

Il faut mélanger 2 x 3 soit **6 kg** d'eau (6 L) à **15 kg** de poudre pour obtenir l'enduit.

Par un coefficient vertical

$$\times\left(\frac{5}{2}\right) \quad \frac{2}{5} = \frac{?}{15} \quad \div\left(\frac{5}{2}\right)$$

Il faut mélanger,

$$15 \div \left(\frac{5}{2}\right) = 6,$$

Soit **6 kg** d'eau (6 L) à **15 kg** de poudre pour obtenir l'enduit.

Par, « Produit en croix (1) » et propriété (2)

$$^{(1)}: \frac{2}{5} = \frac{?}{15} \Leftrightarrow 2 \times 15 = 5 \times ?$$

(2) Propriété sur les égalités pour isoler la valeur cherchée « ? » :

$$\frac{2 \times 15}{5} = \frac{5 \times ?}{5} \; d'où : \; ? = \frac{2 \times 15}{5} = 6$$

Il faut mélanger **6 kg** d'eau (6 L) à **15 kg** de poudre pour obtenir l'enduit.

Cas où les quantités ne sont pas de même nature : Vigilance sur les unités de mesure

L'étiquette **d'un pot de peinture** murale indique :

3 Litres de peinture pour 10 m² de surface

Le rapport de référence s'écrit : $\frac{3}{10}$

Quelle surface, en m², peut-on peindre avec 12 Litres de peinture ?

$$\times\frac{10}{3} \quad \frac{3\ L}{10\ m^2} = \frac{12\ L}{?\ m^2} \quad \times\frac{10}{3}$$

$$12\times\frac{10}{3} = \frac{4\times3\times10}{3} = 4\times10 = 40$$

Le quotient $\frac{10}{3}$ représente la surface en m² peinte avec **1 litre** de peinture.

Autrement dit : « **Avec 1 litre** de peinture on peut peindre $\frac{10}{3}$ **m²** de surface murale. »

$$\times\frac{12}{3}\ ou\ 4$$

$$\frac{3\ L}{10\ m^2} = \frac{12\ L}{?\ m^2}$$

$$\times\frac{12}{3}\ ou\ 4$$

Le nombre $\frac{12}{3}$ **soit 4**, est un rapport horizontal de comparaison des quantités de peinture.

Il s'utilise à l'identique sur les surfaces à peindre.

Produit en croix

$$\frac{3}{10} = \frac{12}{?} \Leftrightarrow 3\times ? = 10\times12 \Leftrightarrow \frac{3\times ?}{3} = \frac{10\times12}{3}$$

Propriété des égalités

D'où, $? = \frac{10\times12}{3} = 40$

Le **produit en croix** nécessite de parfaitement maîtriser (sens et technique) les **4 étapes** :

Égalité de rapports – expression équivalente – propriété des égalités - calcul

Les trois chemins de calculs mènent au même résultat :

12 litres de peinture permettent de peindre **40 m²** de la surface d'un mur.