

RÉSOLUTION GRAPHIQUE DE
L'ÉQUATION $f(x) = 0$

Où $f(x) = ax^2 + bx + c$

FORME FACTORISÉE DE $f(x)$

Les racines du polynôme

SIGNE DE $f(x)$

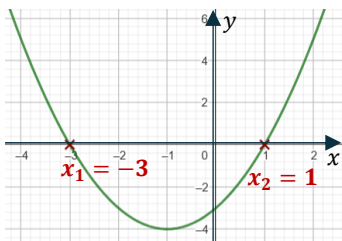


Deux solutions : x_1 et x_2

$$f(x) = a(x - x_1) \times (x - x_2)$$

x_1 et x_2 sont les *racines* du polynôme

x	x_1		x_2		
Signe du polynôme $a(x - x_1)(x - x_2)$	Signe de a	0	Signe de $-a$	0	Signe de a



$$f(x) = x^2 + 2x - 3$$

$f(x) = 0$ lorsque :

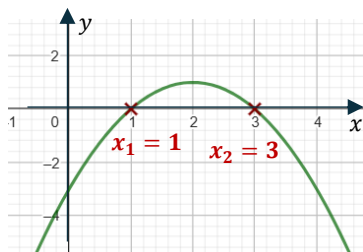
$x_1 = -3$ et $x_2 = 1$

$$f(x) = 1(x - (-3)) \times (x - 1)$$

Soit, en écriture simplifiée :

$$f(x) = (x + 3) \times (x - 1)$$

x	-3		1		
Signe de $f(x) = (x + 3)(x - 1)$ $a = 1$	$+$	0	$-$	0	$+$



$$g(x) = -x^2 + 4x - 3$$

$g(x) = 0$ lorsque :

$x_1 = 1$ et $x_2 = 3$

$$g(x) = -1(x - 1) \times (x - 3)$$

Soit, en écriture simplifiée :

$$g(x) = -(x - 1) \times (x - 3)$$

x	1		3		
Signe de $g(x) = -(x-1)(x-3)$ $a = -1$	-	0	+	0	-



Propriété :

Pour chacun des polynômes de ce type, les *racines* x_1 et x_2 vérifient $a \times x_1 \times x_2 = c$.

Cette relation permet de calculer la deuxième racine connaissant l'autre.

Exemple :

Le polynôme $P(x) = 4x^2 - 20x + 24$ admet deux racines dont l'une est $x_1 = 2$.

Pour calculer la deuxième racine x_2 :

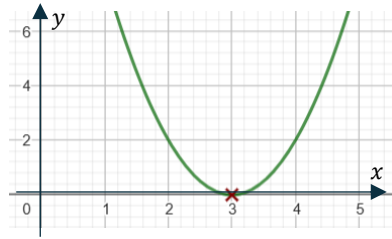
- On lit dans l'expression de P que $a = 4$ et $c = 24$.
- On remplace dans la relation $a \times x_1 \times x_2 = c$.
- $4 \times 2 \times x_2 = 24 \Leftrightarrow 8 \times x_2 = 24 \Leftrightarrow x_2 = 24 \div 8 = 3$
- Les deux racines de P sont donc $x_1 = 2$ et $x_2 = 3$



Une solution « double » : x_0

$f(x) = a(x - x_0)^2$
 x_0 est la racine double du polynôme

x	x_0	
Signe du polynôme $a(x - x_0)^2$	Signe de a	0 Signe de a

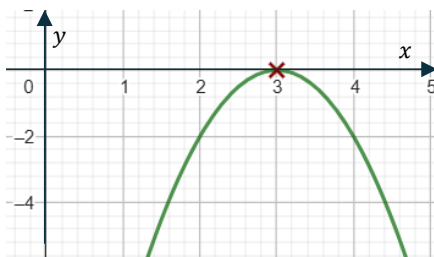


$$h(x) = 2x^2 - 12x + 18$$

$h(x) = 0$ lorsque :
 $x_0 = 3$

$$h(x) = 2(x - 3)^2$$

x	3	
Signe du polynôme $2(x - 3)^2$	+	0 +



$$i(x) = -2x^2 + 12x - 18$$

$i(x) = 0$ lorsque :
 $x_0 = 3$

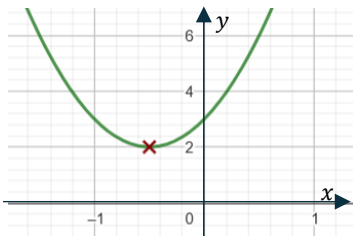
$$i(x) = -2(x - 3)^2$$

x	3	
Signe du polynôme $-2(x - 3)^2$	-	0 -



Aucune solution

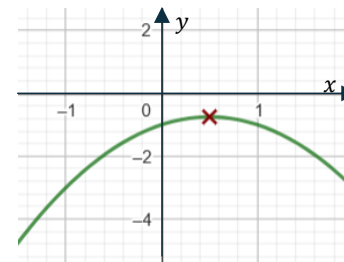
Le polynôme n'admet pas de forme factorisée.



$$j(x) = 4x^2 + 4x + 3$$

$j(x) = 0$ n'admet aucune solution

j n'est pas factorisable.



$$k(x) = -x^2 + x - 1$$

$k(x) = 0$ n'admet aucune solution.

k n'est pas factorisable.